- Đề Tham khảo 1:

Câu 1. Cho $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ và $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Xác định ma trận $A - 3B^T$

$$A - 3B^T = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 6 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & +6 & 0 \\ 0 & -3 & -3 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 8 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

b) Ma trận A có khả nghịch không? Tìm A^{-1}

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 6 \end{vmatrix} = -1.2.6 + 0.3.3 + 1.4.5 - (3.2.5 + 0.1.6 + (-1).3.4)$$
$$= -10$$

$\Rightarrow \det(A) \neq 0 \Rightarrow$ tồn tại ma trận A^{-1}.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}$$

$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 1.(2.6 - 3.4) = 0$

$A_{12} = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = -1.(0.6 - 5.4) = 20$

$A_{13} = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 1.(0.3 - 5.2) = -10$

$A_{21} = (-1)^{2+1}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = -1.(1.6 - 3.3) = 3$

$A_{22} = (-1)^{2+2}\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 1.(-1.6 - 5.3) = -21$

$A_{23} = (-1)^{2+3}\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -1(3.(-1) - 5.1) = 8$

$A_{31} = (-1)^{3+1}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 1.(1.4 - 2.3) = -2$

$A_{32} = (-1)^{3+2}\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -1(-1.4 - 0.3) = 4$

$A_{33} = (-1)^{3+3}\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 1.(-1.2 - 0.1) = -2$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-10}\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 20 & -21 & 4 \\ -10 & 8 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3/10 & 1/5 \\ -2 & 21/10 & -2/5 \\ 1 & -4/5 & 1/5 \end{pmatrix}$$

a) Ma trận B^T là ma trận chuyển vị ma trận A. Có được bằng cách chuyển hàng ma trận B thành cột ma trận B^T

- Bấm máy: Mod 6 1 1 (nhập ma trận A 3x3)
- AC shift 4 1 (Dim) 2 1 (nhập ma trận B 3x3)
- AC shift 4 3 - 3 × shift 4 8 shift 4 4 = kết quả

màn hình: MatA - 3Trn(MatB)

b) Bấm máy det(A). Tiếp tục câu a

AC shift 4 7 shift 4 3 = kết quả

màn hình det(MatA) =

- Tính nhanh A^{-1}.

AC shift 4 3 x^{-1} = kết quả.

màn hình MatA^{-1} =

- x^{-1} nằm dưới chữ "Mode".
- Ta cũng có thể kiểm tra bằng $\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{33} & A_{33} \end{pmatrix}$

* shift 4 7 shift 4 3 [)] × shift 4 3 x^{-1}

màn hình det(MatA)×MatA^{-1} =

- Cách tính A_{ij}:

$A_{ij} = (-1)^{i+j}\det(M_{ij}) = (-1)^{i+j}|M_{ij}|$

M_{ij} có được bằng cách bỏ dòng i và cột j ma trận A.

VD: $A_{11} = (-1)^{1+1}|M_{11}|$

ta bỏ hàng 1 và cột 1.

$A_{11} = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$

c. Tìm ma trận X thỏa. $A.X = B$

$A.X = B$

$(\Leftrightarrow) \quad X = A^{-1}.B$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & -3/10 & 1/5 \\ -2 & 21/10 & -2/5 \\ 1 & -4/5 & 1/5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/5 & -1/10 & 1/5 \\ -3/5 & 17/10 & 8/5 \\ 13/5 & -3/5 & -4/5 \end{pmatrix}$$

Câu 2: Tìm hạng ma trận.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\substack{d_3 \to d_3 - d_1 \\ d_4 \to d_4 + 2d_1}]{d_2 \to d_2 - 3d_1} \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 5 & -7 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{d_1 \leftrightarrow d_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[\substack{d_3 \to d_3 - 2d_1 \\ d_4 \to d_4 + 2d_1}]{d_2 \to d_2 - 3d_1} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow[d_4 \to d_4 - 3d_2]{d_3 \to d_3 - d_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & -16 & 25 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{d_4 \to d_4 - 4d_3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & -4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow R(A) = 4$

• Để là ma trận bậc thang thì hệ số $\neq 0$ dòng $1 = (2)$. 3 số còn lại $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ phải bằng 0. Nên dòng 2,3 và 4 sẽ thay đổi. ta dùng loại 3: "dòng i thay đổi bằng chính nó cộng (trừ) c lần dòng ≠".

$\boxed{d_i \to d_i + c d_k}$

• Nhưng để cho dễ ta thường đưa hệ số $\neq 0$ dòng 1 là (1). Nên ta dùng loại 1: đổi dòng 1 cho dòng 3.

Vậy B1: hệ số $\neq 0$ đầu tiên dòng 1 là (1) 3 hệ số còn lại $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ bằng 0. Vậy $d_2\ d_3\ d_4$ thay đổi so dòng 1.

• B2: hệ số ≠ đầu tiên dòng 2 = (1) 2 hệ số $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ bằng 0. Vậy $d_3 d_4$

Tức $A^{-1}.A = A.A^{-1} = I$

I là ma trận đơn vị.

$I.X = X \ ; \ X.I = X$

• $A.X = B$

$A^{-1}.A.X = A^{-1}.B$ (A^{-1} nhân bên trái $A.X$ thì A^{-1} nhân bên trái B)

$\Rightarrow I.X = A^{-1}.B$

$X = A^{-1}.B$

$\Rightarrow A.X = B \Rightarrow X = A^{-1}.B$.

• $X.A = B$

$X.A.A^{-1} = B.A^{-1}$

$X = B.A^{-1}$.

• Bấm máy:

$\boxed{AC}$ Shift 4 3 x^{-1} × Shift 4 4 $\boxed{=}$

màn hình Mat A^{-1} × Mat B.

Câu 2: Hạng ma trận là số số dòng ≠ của ma trận bậc thang.

VD: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 9 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow R(A) = 3$.

A là ma trận bậc thang vì có số dòng $\neq 0$ nằm trên dòng $= 0$.

và hệ số $\neq 0$ dòng dưới luôn lùi vào so dòng trên, tạo thành bậc thang.

• Ma trận bậc thang trên có 3 dòng $\neq 0 \Rightarrow R(A) = 3$.

• Để đưa ma trận về ma trận bậc thang ta sử dụng phép biến đổi sơ cấp trên dòng.

thay đổi so d_2 :

Câu 3: Giải và biện luận hệ pt: $\begin{cases} x - 2y - mz = 4 \\ 2x + y - z = 3 \\ -mx - 3y + 2z = 1 \end{cases}$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & -2 & m \\ 2 & 1 & -1 \\ -m & -3 & 2 \end{vmatrix} = 1.1.2 + 2.(-3).m + (-2)(-1)(-m) - (-m.1.m + 1.(-3)(-1) + 2.(-2).2)$$
$$= m^2 - 8m + 7 = (m-7)(m-1)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 4 & -2 & m \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 4.1.2 + 3(-3).m + 1.(-2)(-1) - (1.1.m + 3.(-2).2 + 4.(-3)(-1))$$
$$= 10 - 10m = -10(m-1)$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 1 & 4 & m \\ 2 & 3 & -1 \\ -m & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.3.2 + 2.1.m + 4.(-1)(-m) - (-m.3.m + 1.1(-1) + 2.2.4)$$
$$= 3m^2 + 6m - 9 = 3(m-1)(m+3)$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ -m & -3 & 1 \end{vmatrix} = 1.1.1 + 4.(2)(-3) + (-2).3.(-m) - (4.1.(-m) + 2.(-2).1 + 1.3(-3))$$
$$= 10m - 10 = 10(m-1)$$

· Nếu $D \neq 0 \Leftrightarrow (m-7)(m-1) \neq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 7 \\ m \neq 1 \end{cases}$ hệ có n_0 duy I.

$$\begin{cases} x = \dfrac{D_x}{D} = \dfrac{-10(m-1)}{(m-7)(m-1)} = \dfrac{-10}{m-7} \\ y = \dfrac{D_y}{D} = \dfrac{3(m-1)(m+3)}{(m-7)(m-1)} = \dfrac{3(m+3)}{m-7} \\ z = \dfrac{D_z}{D} = \dfrac{10(m-1)}{(m-7)(m-1)} = \dfrac{10}{m-7} \end{cases}$$

· Nếu $D = 0 \Leftrightarrow (m-7)(m-1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 7 \\ m = 1. \end{array} \right.$

· $m = 7 \Rightarrow D_x = -60 \neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm

· $m = 1 \Rightarrow D_x = D_y = D_z = 0 \Rightarrow$ hệ vô số nghiệm

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z = d_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z = d_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z = d_3 \end{cases}$$

· Tính $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

$= a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - (a_3 b_2 c_1 + a_2 b_1 c_3 + a_1 b_3 c_2)$

$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ thay cột $\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$ cho hệ số x.

$= d_1 b_2 c_3 + d_2 b_3 c_1 + b_1 c_2 d_3 - (c_1 b_2 d_3 + d_1 c_2 b_3 + b_1 d_2 c_3)$

$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} =$

$D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} =$

· $D \neq 0$ thì hệ có n_0 duy I

$x = \dfrac{D_x}{D}$; $y = \dfrac{D_y}{D}$; $z = \dfrac{D_z}{D}$

· $D \neq 0$ hệ có ~~n_0 duy~~ vô nghiệm hoặc vô số nghiệm.

· $D = 0$; $D_x = D_y = D_z = 0$ hệ vô số nghiệm

$D \neq 0$; $D_x \neq 0$ or $D_y \neq 0$ or $D_z \neq 0$ thì hệ vô N_0

khi đó hệ pt $\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 4 & (1) \\ 2x + y - z = 3 & (2) \\ -x + 3y + 2z = 1 & (3) \end{cases}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \end{array}\right) \xrightarrow[d_3 \to d_3 + d_1]{d_2 \to d_2 - 2d_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & -3 & -5 \\ 0 & -5 & 3 & 5 \end{array}\right) \xrightarrow{d_3 \to d_3 + d_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & -3 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow \begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 5y - 3z = -5 \end{cases}$

Đặt $z = \alpha \Rightarrow y = \dfrac{-5 + 3\alpha}{5}$ thay vào $x - 2y + z = 4$

$\Rightarrow x = 4 + 2y - z = 4 + 2\dfrac{(-5 + 3\alpha)}{5} - \alpha = \cancel{6 - \frac{11}{5}}\alpha = 2 + \dfrac{\alpha}{5}$

Vậy $m \neq 7$ và $m \neq 1$ thì hệ có nghiệm duy nhất:

$(x, y, z) = \left(\dfrac{-10}{m-7}; \dfrac{3(m+3)}{m-7}; \dfrac{10}{m-7}\right)$

$m = 7$ hệ vô nghiệm

$m = 1$ hệ vô số nghiệm $(x, y, z) = \left(2 + \dfrac{1}{5}\alpha; \dfrac{-5+3\alpha}{5}; \alpha\right)\ \forall \alpha \in \mathbb{R}$

$= \left(2 + \dfrac{\alpha}{5}; \dfrac{-5+3\alpha}{5}; \alpha\right)\ \forall \alpha \in \mathbb{R}$

Bài 4: Tính giới hạn:

a) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{3x+2}{3x+5}\right)^x \quad (1^\infty)$

$f(x) = \dfrac{3x+2}{3x+5}$; $g(x) = x$.

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{3x+2}{3x+5}\right)^x = e^{\lim\limits_{x \to \infty} x \cdot \left(\frac{3x+2}{3x+5} - 1\right)}$

$= e^{\lim\limits_{x \to \infty} x \cdot \frac{-3}{3x+5}} = e^{\lim\limits_{x \to \infty} \frac{-3x}{3x+5}}$

$= e^{\lim\limits_{x \to \infty} \frac{-3}{3 + \frac{5}{x}}} = e^{-1}$

* giới hạn

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)^{g(x)} \quad (1^\infty)$

Đặt $y = \lim\limits_{x \to x_0} f(x)^{g(x)}$

lấy ln 2 vế

$\ln y = \lim\limits_{x \to x_0} \ln f(x)^{g(x)}$

$\ln y = \lim\limits_{x \to x_0} g(x) \ln(f(x))$

$\ln y = \lim\limits_{x \to x_0} g(x) \cdot (f(x) - 1)$

$y = e^{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)(f(x) - 1)}$

$\lim f(x)^{g(x)} = e^{\lim\limits_{x \to x_0} g(x)(f(x)-1)}$

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{-2x}+x-\cos x}{e^x \sin x}$ $\left(\dfrac{0}{0}\right)$ (lấy đạo hàm quy tắc L'Hopital

$\stackrel{L'}{=} \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-2e^{2x}+1+\sin x}{e^x \sin x + e^x \cos x}$

$= \dfrac{-2+1+0}{0+1} = -1.$

Câu 5: Tìm cực trị $y = f(x) = x.\sqrt{2-x^2}$

TXĐ: $2-x^2 \geq 0$ — $-\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$: $-$ 0 + 0 $-$

$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$.

$y' = f'(x) = 1.\sqrt{2-x^2} + x.\dfrac{-2x}{2\sqrt{2-x^2}}$

$= \sqrt{2-x^2} + \dfrac{-2x^2}{2\sqrt{2-x^2}} = \sqrt{2-x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{2-x^2}}$

$= \dfrac{2-x^2-x^2}{\sqrt{2-x^2}} = \dfrac{2-2x^2}{\sqrt{2-x^2}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow 2-2x^2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$

x	$-\sqrt{2}$		-1		1		$\sqrt{2}$
y'		$-$	0	+	0	$-$	
y	0	↘	-1	↗	1	↘	0

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$; $y_{CĐ} = 1$

đạt cực tiểu tại $x = -1$; $y_{CT} = -1$.

• $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ $\left(\dfrac{\infty}{\infty}\right)$

chia tử và mẫu cho bậc cao nhất. $\left(\dfrac{1}{\infty} = 0\right)$

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x+2}{3x+5}$ (Tử: bậc 1; Mẫu: bậc 1)

chia cho x.

$= \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3+\frac{2}{x}}{+3+\frac{5}{x}} = \dfrac{3+0}{3+0} = 1$

b) Nếu $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)}$ $\left(\dfrac{0}{0}; \dfrac{\infty}{\infty}\right)$

thì $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$.

(quy tắc L'Hopital)

"đạo hàm tử chia đạo hàm mẫu"

Câu 5:

$(u.v)' = u'v + v'u$

$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

$(e^x)' = e^x$

$(e^u)' = u'e^u$

$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$

$(\ln u)' = \dfrac{1}{u}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\sin u)' = u'\cos u$

$(x^n)' = nx^{n-1}$

$(u^n)' = n.u^{n-1}.u'$

b. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất

$$y = f(x) = (x-3)^2 e^{-x} \text{ trên } [-1;4]$$

$$y' = f'(x) = [(x-3)^2]' \cdot e^{-x} + (e^{-x})'(x-3)^2$$

$$y' = f'(x) = 2.(x-3).e^{-x} + (-1)e^{-x}.(x-3)^2$$

$$= e^{-x}[(2x-6-(x-3)^2]$$

$$= e^{-x}(2x-6-x^2+6x-9)$$

$$= e^{-x}(-x^2+8x+15)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow e^{-x}(-x^2+8x-15) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2+8x-15 = 0 \quad \text{vì } e^{-x} > 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (nhận)} \end{array}\right. \quad \text{vì } x \in [-1;4]$$

BBT:

x	-1		3		4
y'		$-$	0	$+$	
y	$16e$	$\searrow$	0	$\nearrow$	e^{-4}

- $f(-1) = 16e$
- $f(3) = 0$
- $f(4) = e^{-4}$

$\Rightarrow$ Max $y = 16e$ tại $x = -1$

Min $y = 0$ tại $x = 3$.

Câu 6: Tính tích phân:

a) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^4+1}}$

Đặt $t = \sqrt[3]{x^4+1}$

$t^3 = x^4+1 \Rightarrow 3t^2 dt = 4x^3 dx \Rightarrow x^3 dx = \frac{3t^2}{4} dt$

$\Rightarrow I = \int \frac{3t^2 dt}{4.t} = \int \frac{3}{4} t\,dt = \frac{3}{4} \cdot \frac{t^2}{2} + C$

* Tính tích phân

Đặt $t = \sqrt{\ }$

$t =$ mẫu

$t =$ biểu thức trong lũy thừa với $t = e^x$

• nếu $\frac{dx}{x}$ đặt $t = \ln x$

$I = \frac{3}{8}t^2 + C$ (chuyển t về x)

$= \frac{3}{8}\left(\sqrt[3]{x^4+1}\right)^2 + C$

$= \frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^4+1)^2} + C$.

b) . $\int_1^e (x^2 - x)\ln x \, dx$

Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx$ (lấy đạo hàm.

$dv = (x^2 - x)dx \Rightarrow v = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2$ (lấy tích phân)

$\Rightarrow \int_1^e (x^2-x)\ln x \, dx = \ln x\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right)\Big|_1^e - \int_1^e\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right)\cdot\frac{1}{x}dx$

$= \left(\frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{2}e^2\right) - \int_1^e\left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x\right)dx$

$= \frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{2}e^2 - \left[\frac{1}{9}x^3 - \frac{1}{4}x^2\right]_1^e$

$= \frac{1}{3}e^3 - \frac{1}{2}e^2 - \left(\frac{e^3}{9} - \frac{e^2}{4} - \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4}\right)\right)$

$= \frac{2}{9}e^3 - \frac{1}{4}e^2 + \frac{5}{36}$

. nếu $\cos x\,dx$ đặt $t = \sin x$

. nếu $\sin x\,dx$ đặt $t = \cos x$

. Trong bài này biểu thức tích phân chứa $\sqrt[3]{\ }$ và nằm dưới mẫu

$\Rightarrow t = \sqrt[3]{x^4+1}$.

* Tích phân từng phần

$\int_a^b u\,dv = u.v\Big|_a^b - \int_a^b v\,du$

dấu hiệu là

$f(x).\sin x$

$f(x).\cos x$

$f(x).\tan x$

$f(x).e^x$

$f(x).\ln x$.

Trong bài này $f(x).\ln x$ với $f(x) = (x^2 - x)$

Đặt $u = \ln x$

$dv = f(x)\,dx$.

. Nếu $f(x)\sin x$, $f(x)\cos x$, $f(x)e^x$ thì

Đặt $u = e^x$

$dv = f(x)dx$